PRIMITIVES
EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.
Dérivée et primitives
1) Calculez la dérivée de la fonction *f* définie par $f(x)=3x^3-9x+1$.
2) Déduisez-en deux primitives de la fonction *g* définie par $g(x)=9x^2-9$
3) Déterminer le sens de variation de *f* sur $\mathbb{R}$

Exercice n°2 à 11 – Primitives sans fonction logarithme
Déterminer une primitive de *f* sur un intervalle contenu dans son ensemble de définition

Exercice n°2. **Usage des tableaux de primitives usuelles**
1) $f(x)=2x+1$ 2) $f(x)=10x^4+6x^3-1$ 3) $f(x)=(x-1)(x+3)$ 4) $f(x)=\frac{1}{x^2}-x^2$
5) $f(x)=\frac{-4}{3x^5}$ 6) $f(x)=x+\frac{1}{\sqrt{x}}$ 7) $f(x)=\sin x-2\cos x$

Exercice n°3. **Primitive et constante**
Soit *f* la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=3x-1+\frac{2}{x^2}$.
Déterminer la primitive *F* de *f* sur $]0;+\infty[$ qui s'annule pour $x=1$.

Exercice n°4.
Trouver **la** primitive *F* de *f* sur *I* vérifiant la condition donnée
1) $f(x)=1-x+x^2-x^3$ I=$\mathbb{R}$ $F(1)=0$
2) $f(x)=x+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{x}}$ I=$]0;+\infty[$ $F(1)=1$

Exercices n°5 à n°8 : Déterminer une primitive des fonctions données
Exercice n°5. Forme $u'u^n$

1) $f(x)=3(3x+1)^4$	2) $f(x)=16(4x-1)^3$	3) $f(x)=(2x+7)^6$	4) $f(x)=(6x-2)(3x^2-2x+3)^5$
5) $f(x)=\frac{1}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^4$	6) $f(x)=\sin x\cos x$		

Exercice n°6. **Forme** $\frac{u'}{u^2}$

1) $f(x)=\frac{4}{(1+4x)^2}$	2) $f(x)=\frac{6}{(2x+1)^2}$	3) $f(x)=\frac{1}{(4x+3)^2}$	4) $f(x)=\frac{-1}{(2-x)^2}$
5) $f(x)=\frac{2}{(4-3x)^2}$	6) $f(x)=\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$	7) $f(x)=\frac{4x-10}{(x^2-5x+6)^2}$	8) $f(x)=\frac{\cos x}{\sin^2 x}$
9) $f(x)=\frac{\sin x}{\cos^2 x}$			

Exercice n°7.
Soit la fonction *f* définie par $f(x)=\frac{3x+4}{(x+1)^3}$.

1) Déterminer les réels *a* et *b* tels que, pour tout $x\neq -1$, $f(x)=\frac{a}{(x+1)^2}+\frac{b}{(x+1)^3}$.
2) En déduire une primitive *F* de *f* sur $]-1;+\infty[$.

Exercice n°8. **Forme** $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

1) $f(x)=\frac{3}{\sqrt{3x+2}}$ 2) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2-5x}}$ 3) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-3}}$

4) $f(x)=\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ 5) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ 6) $f(x)=\frac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}}$

Exercice n°9.

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x\sqrt{x}$.

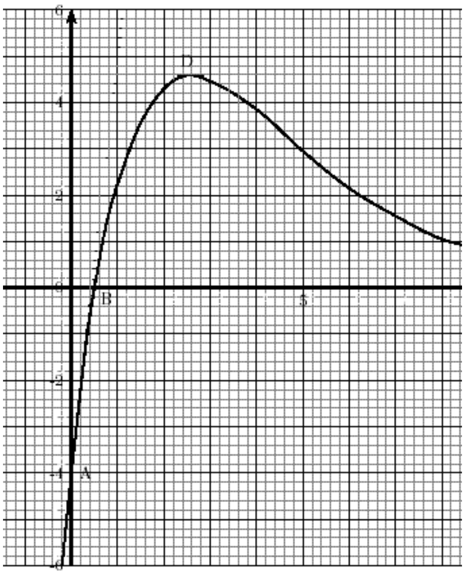
1) Calculez la dérivée de g sur $]0;+\infty[$

2) soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$.

Déduisez de la première question une primitive de f sur $]0;+\infty[$

Exercice n°10.

La courbe (C) donnée ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



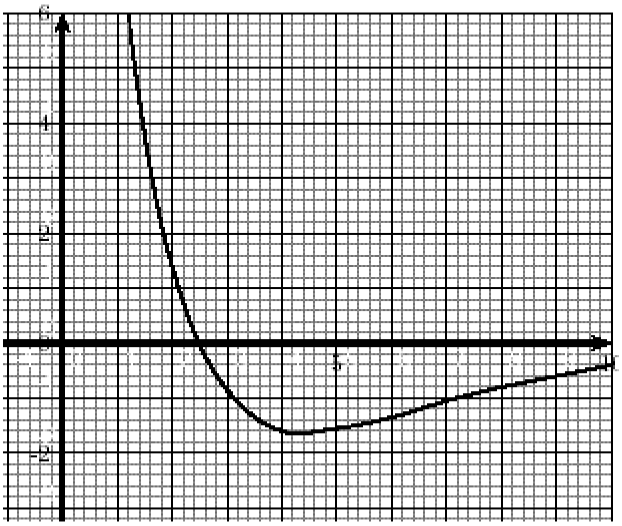
1) Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :

a. Toute primitive de f s'annule pour 0,5.

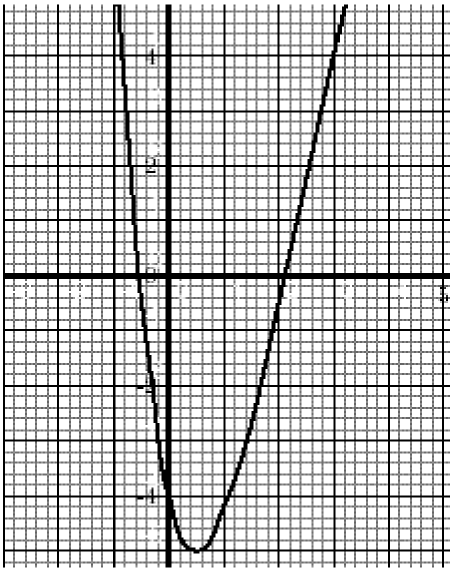
b. Toute primitive de f est décroissante sur [0 ; 0,5].

2. Parmi les courbes (C_1) et (C_2) données ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une primitive de f sur $\mathbb{R}$. Indiquer laquelle en précisant les raisons de votre choix.

Courbe 1



Courbe 2



Exercice n°11 à 16 – Primitives utilisant les fonctions logarithmes et exponentielles

Exercice n°11.

Déterminez une primitive de la fonction *f* proposée sur l'intervalle *I* donné :

1) $f(x)=x^2-5x+\frac{1}{x}$ sur I=$]0;+\infty[$

2) $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}$ sur I=$]0;+\infty[$

3) $f(x)=\frac{7}{x}+\frac{5}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}$ I=$]0;+\infty[$

4) $f(x)=\frac{3}{3x-4}$ sur I=$\left]\frac{4}{3};+\infty\right[$

5) $f(x)=\frac{1}{x+1}$ sur I=$]-1;+\infty[$

6) $f(x)=\frac{1}{x+1}$ sur I=$]-\infty;-1[$

7) $f(x)=\frac{2x}{x^2-4}$ sur $]2;+\infty[$

8) $f(x)=\frac{1}{3x-5}$ sur $[2;+\infty[$

9) $f(x)=\frac{x+1}{x^2+2x+2}$ sur $\mathbb{R}$

10) $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ sur $]-1;1[$

Exercice n°12.

On considère la fonction définie sur I=$[4;+\infty[$ par $f(x)=\frac{2x^2-3x-4}{x-2}$

1) Trouver trois réels *a,b,* et *c* tels que $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$

2) En déduire une primitive de *f* sur $[4;+\infty[$

Exercice n°13.

Déterminez une primitive de la fonction *f* proposée sur l'intervalle *I* donné :

1) $f(x)=\frac{\cos x}{\sin x}$ sur I=$\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

2) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ sur I=$[1;+\infty[$

3) $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ sur $]1;+\infty[$

4) $f(x)=\tan x$ sur $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right]$

Exercice n°14.

Déterminez une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction *f* donnée :

1) $f(x)=\frac{1}{4}e^x$	2) $f(x)=e^{-x}$	3) $f(x)=e^{2x+3}$	4) $f(x)=xe^{x^2}$	5) $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$

Exercice n°15.

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+2)e^x$

Déterminez les nombres *a* et *b* tels que la fonction *F*, définie sur $\mathbb{R}$, par $F(x)=(ax+b)e^x$ soit une primitive de *f*.

Exercice n°16.

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{3}{e^{-x}+1}$

1) Vérifiez que pour tout *x* de $\mathbb{R}$, on a $f(x)=\frac{3e^x}{e^x+1}$

2) Déduisez en la primitive *F* de *f* qui s'annule pour *x*=0